

# FEM による管フランジのボルト締付け シミュレーション

## Finite Element Simulation of Bolt-Up Process of Pipe Flange Connections

神戸商船大学 商船学部 機械電子工学講座

助手 高木 知弘

教授 福岡 俊道

日本バルカー工業株式会社 研究開発総括部

山中 幸

Tomohiro TAKAKI

Toshimichi FUKUOKA

Department of Ocean Electro-Mechanical Engineering, Kobe University of Mercantile Marine

Yuki YAMANAKA

Corporate Office of Research & Development, Nippon Valqua Industries, Ltd.

### 《Summary》

It is well known that a large amount of scatter in bolt preloads is observed when bolting up a pipe flange connection. In actual practice, therefore, the process of tightening each bolt one by one is usually repeated several times to get uniform bolt preloads. From the practical point of view, it is important to establish a numerical method, which can simulate the bolt-up process in order to provide an effective tightening guideline, since pipe flange connections are available in a wide variety of shapes, sizes and materials. In this paper, a numerical approach based on finite element analysis is proposed, which can precisely simulate the bolt-up process of a pipe flange connection.

キーワード：ボルト締付け、管フランジ締結体、弾性相互作用、ガスケット、有限要素解析

### 1. はじめに

**工**業プラントやパイプライン等においては、多数の管フランジ継手を使用されている。これらの組立工程においては、一般に多数のボルトを一本ずつ（または数本ずつ）締付ける作業を、数周繰り返すことにより締結を完了する。これは、1回の締付け作業ではボルトの軸力が所定の値に均一にならないためである。また、対角線上にある2本のボルトを一つのグループとして締付けていく順序が広く用いられている。

以上のような管フランジ継手の組立作業手順は、これまでの経験に基づき決定されているようである。しかしながら、具体的に何周の締付け作業を行えばよいのか？締付け順番は時計回りではいけないのか？どのように締付けを行えば最も効率よく精度が出せるのか？など不明な点が多い。このような疑問に答えるためには、多種多様なフランジ・ガスケット・ボルトの組み合わせに対して、体系的な評価を行う必要がある。そのためには、解析的な検討が不可欠であると考えられる。

数値解析を用いた管フランジ締結体に関する研究はこれまで数多く行われている。しかしながら、その多くが全てのボルトを同時に締付ける、または全てのボルトが均一に締付けられていると仮定したものであり<sup>2)</sup>~<sup>7)</sup>、ボルト一本ずつの締付け過程を評価したものはあまりみあたらないようである<sup>8)</sup>。

そこで著者らは、管フランジのボルト締付け過程を評価することのできる有限要素解析手法を開発したので、ここで紹介する<sup>9)</sup>。

## 2. なぜボルトの軸力はばらつくのか？

管フランジ継手の組立時にボルト軸力がばらつく理由として、主に次の二つの原因が考えられる。

一つは締付け方法によるもので<sup>10)</sup>、例えばトルク法で締付けた場合<sup>11)</sup>、接触面の摩擦係数のばらつきに起因して、ボルト軸力がある程度目標値と異なることは避けられない<sup>12)</sup>、<sup>13)</sup>。

もう一つは、ボルトを逐次締付けていく場合に発生する締結体各要素の変形に起因する弾性相互作用である<sup>14)</sup>。この作用に起因するボルト軸力のばらつきは、90%以上に達することもあるという報告がある<sup>15)</sup>。管フ

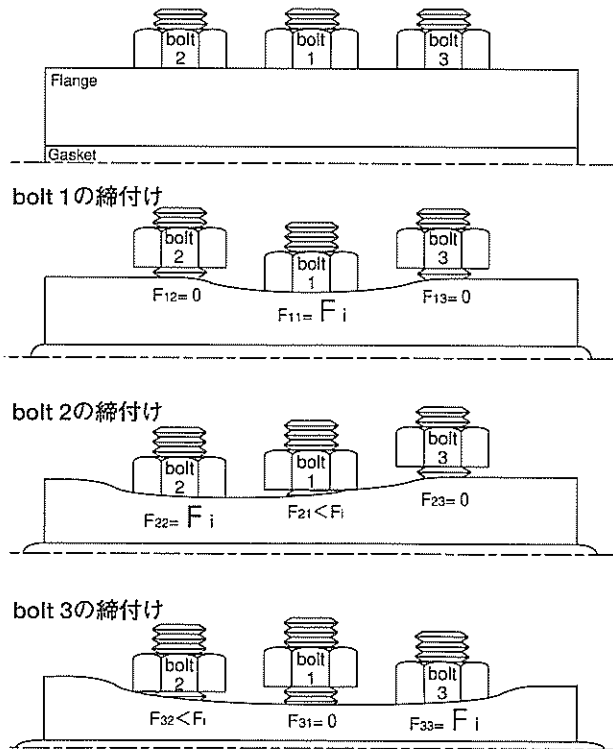


図1 弾性相互作用によるボルト軸力変化

ランジ継手の場合、隣り合う2本のボルトが比較的近く配置されているため、ボルト軸力のばらつきに対する影響は弾性相互作用が支配的となる。

以上のように管フランジ締結体に関しては、はじめのボルトを目標とする軸力で締付けることができたとしても、引き続いて他のボルトを締付けていくと、最終的に各ボルトに残留する軸力は目標とする値とは異なることが知られている。

ここで、各ボルト間の相互作用によるボルト軸力変化のメカニズムを、図1に示す仮想的な3本のボルトで組み立てられるフランジを例に説明する。図中  $F_{mn}$  は、ボルト  $m$  を締付けた時にボルト  $n$  に残留している軸力値を示している。

bolt1, bolt2, bolt3 を初期軸力  $F_i$  で順次締付けていく。まず、bolt1 を所定の軸力  $F_i$  で締付ける。この時、bolt1 の下側のフランジおよびガスケットは局部的に圧縮変形を生じる。次にbolt2 を所定の軸力  $F_i$  で締付ける。この時、bolt2 の下側のフランジおよびガスケットは局部的に圧縮変形を生じる。また、この変形はbolt1 の下側にも達し、bolt1 下部の圧縮変形はさらに大きくなる。結果として、bolt1 の軸力は低下する。最後に bolt3 を所定の軸力  $F_i$  で締付ける。この時、bolt3 の下側のフランジおよびガスケットは局部的に圧縮変形を生じる。この変形は bolt1 の下側にも達し、bolt1 下部の圧縮変形はさらに大きくなる。この結果、bolt1 の軸力はさらに低下しこの場合は零となっている。この時、bolt2 下部の圧縮変形もわずかに大きくなり、bolt2 の軸力も低下する。

以上が相互作用によりボルト軸力が変化するメカニズムである。このように、弾性相互作用はボルトの軸力を低下させるように働く。

しかしながら、例えば図1の bolt3 を締付けた場合、フランジが“てこ”のように作用し、bolt2 の軸力を増加させるような場合もある。この現象は、平面座をもつ比較的呼びの小さいフランジで生じやすい。また各ボルト間の相互作用の影響は、フランジとガスケットの剛性が低くなるほど、またボルトの剛性が高くなるほど大きくなる性格がある<sup>14)</sup>。

## 3. 有限要素シミュレーション

管フランジ締結体の数値解析を行う場合、強い非線形特性を示すガスケットの取り扱い方法は最も重要かつ困難な問題である。ここでは、ガスケットを非線形

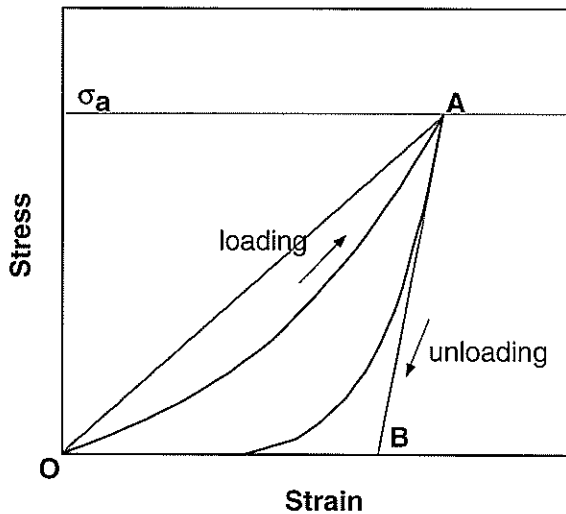


図2 多く用いられるガスケットのモデル化

ばねとして三次元有限要素解析に組み込む手法を採用する。

### 3-1 ガスケットの取り扱い

一般に広く用いられているうず巻形ガスケットやシートガスケットの多くは、その応力-ひずみ関係において図2に示すように負荷 (loading) 経路と除荷 (unloading) 経路が異なり、通常の金属材料で言われる「弾性域」が存在しない。

ガスケットをモデル化する方法として、ボルト初期締付け時のガスケット平均応力  $\sigma_a$  に対する負荷曲線上

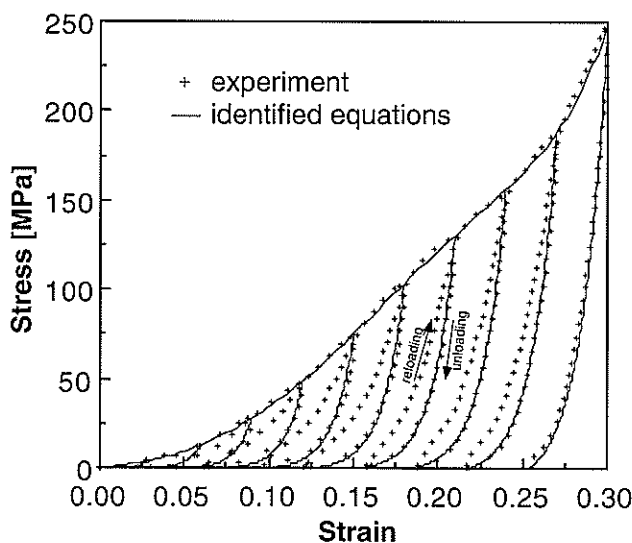
の点Aと原点Oを結ぶ直線の傾き、点Aにおける除荷曲線の接線ABの傾き、またはそれらの組み合わせ等を用いる単純な方法が多く採用されている<sup>2)~5)</sup>。これらのモデル化は、ガスケット座面の面圧が均一分布に近い場合や、内圧の増加に伴うボルト軸力変化の評価など、限定された条件に対しては比較的良好な精度を与えらる。

しかしながら、ボルトの締付け過程におけるガスケットの応力レベルは場所により様々であり、さらに負荷・除荷・再負荷 (reloading) が繰り返される。そのため、ガスケットをより精度良くモデル化する必要がある<sup>16)</sup>。

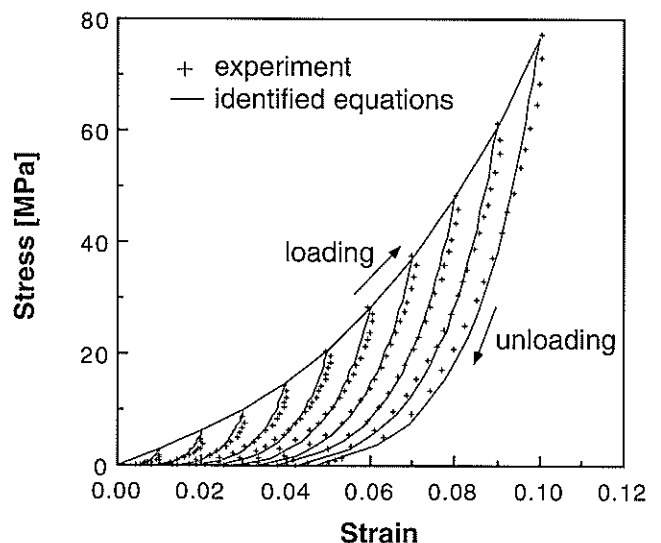
使用するガスケットは、日本バルカー工業(株)製の内外輪付きうず巻形ガスケット (製品番号 No.596: JIS40K 50A、厚さ 4.5mm) と石綿ジョイントシートガスケット (製品番号 No.1500: JIS40K 50A、内径 61mm、外径 114mm、厚さ 3 mm) である<sup>17)</sup>。

うず巻形ガスケットは、特殊石綿紙フィラーと SUS304材のフープからなる。これらのガスケットのような厚さ方向の剛性の低いガスケットを使用した場合、管フランジ締結体の締付け特性はガスケットの厚さ方向の剛性に大きく影響される。その点を考慮し、さらに工学的な実用性の観点から、簡単のためガスケットを厚さ方向にのみ剛性を有する非線形ばねとしてモデル化する。

ガスケットの圧縮試験より得られた応力-ひずみ関係



(a)うず巻形ガスケット



(b)石綿ジョイントシートガスケット

図3 ガスケットの応力-ひずみ関係

を、図3に記号“+”で示している。図3(b)の石綿ジョイントシートガスケットについては、図を見やすくするために除荷曲線のみを示している。いずれのガスケットにおいても除荷時と再負荷時においてヒステリシス特性が確認された。しかしながら、ボルトの締付け過程においてガスケットの応力が非常に低いレベルまで除荷することは少ないという点を考慮し、再負荷時も除荷曲線を通ると仮定している。試験より得られた応力-ひずみ関係は次式により同定する<sup>9), 18)</sup>。

うず巻形ガスケット (SWG)

負荷時:

$$\sigma = 65.2 \cdot \epsilon + 27.3 \times 10^2 \cdot \epsilon^2 - 17.4 \times 10^3 \cdot \epsilon^3 + 32.1 \times 10^4 \cdot \epsilon^4 - 17.5 \times 10^5 \cdot \epsilon^5 + 28.8 \times 10^6 \cdot \epsilon^6 \dots (1)$$

除荷・再負荷時:

$$\sigma = \alpha \exp(\beta \epsilon) + \gamma \dots (2)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_y}{\exp(\beta \epsilon_y) - \exp(\beta \epsilon_r)}$$

$$\beta = 103.3 \cdot \exp(-9.9 \cdot \epsilon_y) + 63.6$$

$$\gamma = -\alpha \exp(\beta \epsilon_r)$$

石綿ジョイントシートガスケット (J/S)

負荷時:

$$\sigma = 12.6 \{ \exp(19.6 \epsilon) - 1 \} \dots (3)$$

除荷・再負荷時:

$$\sigma = \alpha \exp(\beta \epsilon) + \gamma \dots (4)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_y}{\exp(\beta \epsilon_y) - \exp(\beta \epsilon_r)}$$

$$\beta = 431.0 \exp(-37.9 \epsilon_y) + 57.6$$

$$\gamma = -\alpha \exp(\beta \epsilon_r)$$

ここで、 $\epsilon_y$ 、 $\sigma_y$ はそれぞれ除荷が開始した時点での負荷曲線上のひずみ、応力である。また、この点から完全に除荷したときの残留ひずみ  $\epsilon_r$ を以下の式で表す。

$$\text{SWG: } \epsilon_r = 1.25 \cdot \epsilon_y^2 + 0.47 \cdot \epsilon_y \dots (5)$$

$$\text{J/S: } \epsilon_r = 0.47 \cdot \epsilon_y \dots (6)$$

以上の同定結果を図3に実線で示している。同定結果は試験結果とよく一致しており、ここで用いているガスケットの特性をよく表しているといえる。解析においては、このガスケットの非線形性を増分法により線形化して扱っている。つまり、あるガスケット応力まで段階的に荷重を増加させ、そのときの応力値に対する式(1)~(4)の傾きをばね定数として導入する。

No. of Node = 3088  
No. of Element = 2024

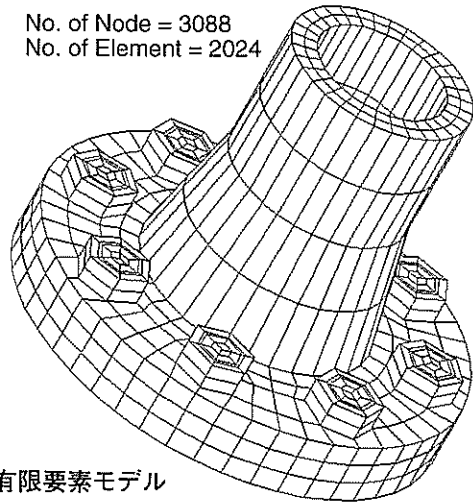


図4 有限要素モデル

そのため、増分率の決定が重要となってくる。詳細は文献<sup>9)</sup>を参照いただきたい。

### 3-2 有限要素モデル

使用する有限要素モデルの一例を図4に示している。対称性を考慮して半分のみをモデル化している。対象とする管フランジは、JIS B 2238呼び圧力40K、呼び径50の大平面座を有するものである<sup>19)</sup>。この管フランジ

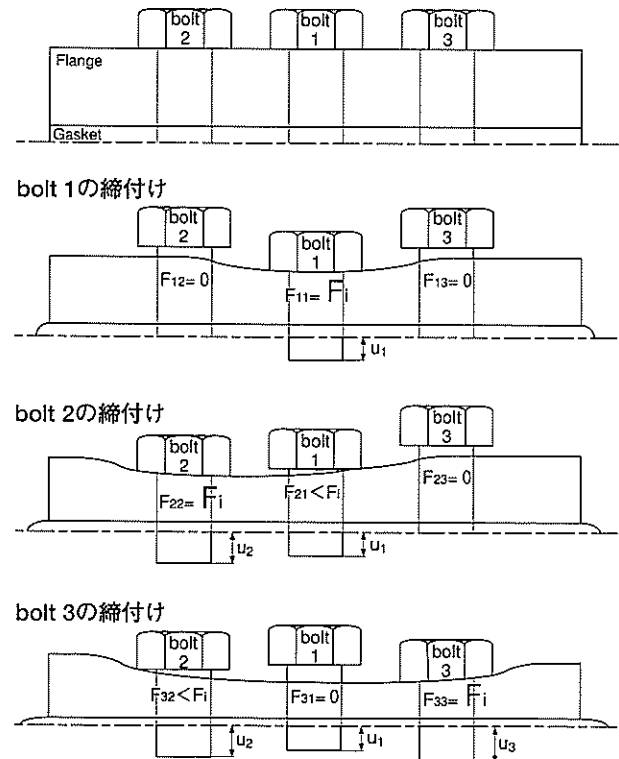


図5 シミュレーション手順

を、メートル並目ねじM16を有する8本のボルトで締付ける。ボルトとナットは単一の弾性体として扱っている。ボルト・ナットの等価モデルおよび管フランジのヤング率とポアソン比は、それぞれ200GPaと0.3一定としている。

### 3-3 シミュレーション手順

図5に示す3本のボルトを用いたフランジを例にシミュレーション手順を説明する。有限要素モデルでは、はめ合いねじ部をボルト頭部と類似の形状にモデル化しているため、図5では図1をより解析モデルに近いように変えて図示している。

#### 〈bolt1の締付け〉

bolt1を所定の初期軸力 $F_i$ で締付ける。軸力はbolt1の円筒部対称面に強制変位を与えることにより生じる。そして、bolt1の軸力が $F_i$ になったところで強制変位を与える作業を停止する。この時の対称面の軸方向変位量を $u_1$ とする。また、bolt2とbolt3の円筒部対称面の変位は軸方向に拘束されている。

#### 〈bolt2の締付け〉

bolt2を所定の初期軸力 $F_i$ で締付ける。bolt2の円筒部対称面に強制変位を与え、軸力が $F_i$ になったところで強制変位を与える作業を停止する。この時の対称面の軸方向変位量を $u_2$ とする。また、bolt1の対称面変位は $u_1$ 一定とし、bolt3は軸方向変位を拘束されている。

#### 〈bolt3の締付け〉

bolt1とbolt2の対称面変位をそれぞれ $u_1$ と $u_2$ に保った状態で、bolt3の円筒部対称面に強制変位を与え、bolt3を初期軸力 $F_i$ で締付ける。最終的にbolt3の締付けが完了した時点で、各ボルトの対称面軸方向変位は $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ となる。そして、この状態において各ボルトに残留している軸力 $F_{31}$ 、 $F_{32}$ 、 $F_{33}$ が、各

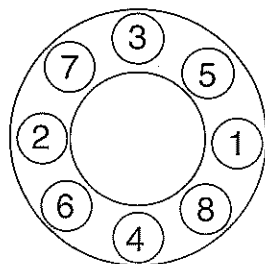


図6 ボルト締付け順序に対応したボルト番号

ボルトを等しい初期軸力 $F_i$ で逐次締付けた場合の締結完了時のばらつきを示すことになる。

図6は、ここで用いたボルトの締付け順序に対応したボルト番号を示している。また、ボルトの初期締付け力を $F_i=10.1\text{kN}$  (ボルト軸応力=50MPa) とする。

## 4. シミュレーション結果

### 4-1 ボルト軸力の変化とばらつき

各ボルトを図6の順番に従って初期締付け軸力 $F_i=10.1\text{kN}$ で逐次締付けた場合の、締付け完了時のばらつきを図7に示している。比較のために、厚さ3mmの純アルミ材金属平形ガスケットを用いた解析結果<sup>20)</sup>も同時に示している。また、実験値は2回の実験の平均値としている。横軸は図6に示すボルト番号、縦軸は締付け完了時のボルト軸力 $F_f$ を初期締付け軸力 $F_i$ で除して無次元化して示している。つまり、値が1に近いほど締結完了時のばらつきが少ないことになる。図から、いずれのガスケットを使用した場合もbolt1~bolt4の軸力が低下し、bolt5~bolt8中の数本のボルトで締付け軸力 $F_i$ よりも高い値が確認される。

使用するガスケットによる違いを見てみると、ばらつきの大い順にうず巻形ガスケット、石綿ジョイントシートガスケット、金属平形ガスケットを用いた場合となっている。金属平形ガスケットは、他の2つのガスケットより剛性がかなり高いため、軸力のばらつきの最大値は10%程度と低い。うず巻形ガスケットと石綿ジョイントシートガスケットを用いた場合、ばら

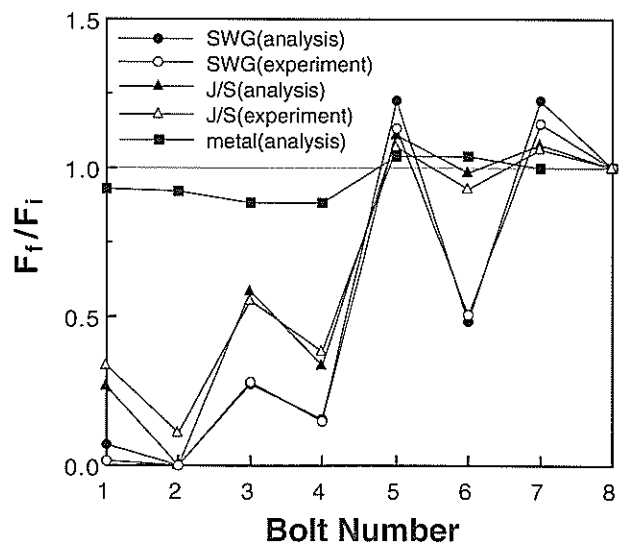


図7 締付け完了時のボルト軸力のばらつき

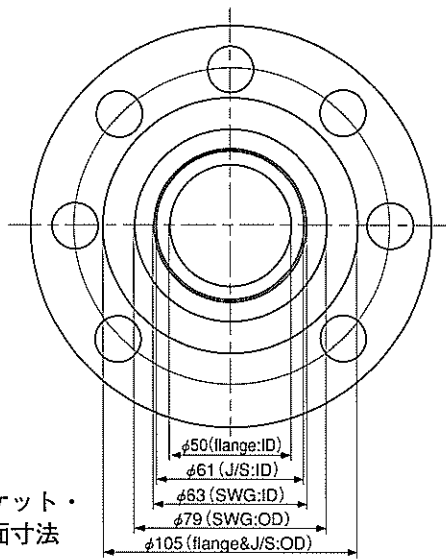


図8 ガasket・フランジ座面寸法

つきの傾向は比較的似ているが、うず巻形ガスケットの方が各ボルト間の軸力の変化が大きいことがわかる。

この原因は、ガスケット座面の寸法の違いにあると考えられる。図8にガスケット座面とフランジ座面の内・外径寸法を示している。石綿ジョイントシートガスケットはフランジ座面の一番外側まで接触しているが、うず巻形ガスケットの座面の外径はフランジ座面外径より小さい。このため、うず巻形ガスケットを用いた方がフランジの変形が大きくなり、ボルトの軸力が変化しやすくなる<sup>21)</sup>。

図9はbolt1の軸力が8本のボルトの締付け過程においてどのように変化しているかを示している。金属平

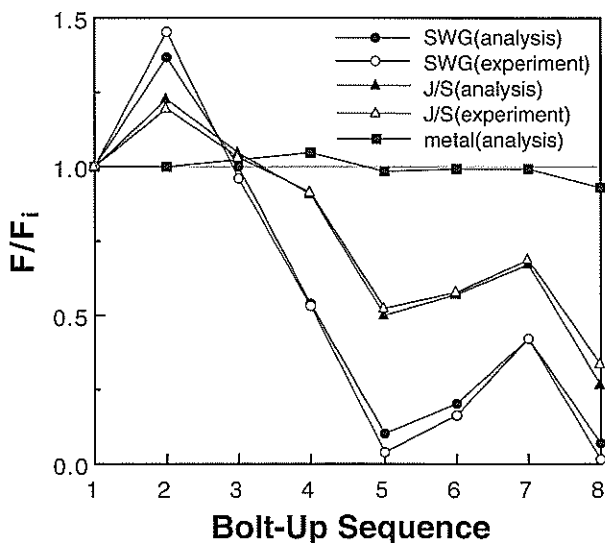


図9 ボルト締付け過程のbolt1の軸力変化

形ガスケットを用いた場合、bolt3とbolt4を締付けたときに少し軸力が増加し、両隣のbolt5とbolt8を締付けた時に軸力が低下していることがわかる。しかしながら、その変化量はわずかである。うず巻形ガスケットと石綿ジョイントシートガスケットを用いた場合、bolt1の軸力の変化は非常に大きくなっている。いずれもbolt1の向かい側にあるbolt2、bolt6、bolt7を締付けた時に軸力が増加している。これは、フランジが“てこ”のように作用し「口開き変形」を生じるためである<sup>22)</sup>。また、その他のbolt3、bolt4、bolt5、bolt8を締付けた時、bolt1の軸力は低下している。bolt1の軸力の増加量、低下量ともうず巻形ガスケットの方が大きくなっている。これは前で説明したガスケット座面の寸法の違いに起因していると考えられる。

図7と図9から実験結果は解析結果と比較的よく一致しており、解析手法の妥当性が確認できると言える。しかしながら、実験においては締付けを行う前に全てのボルトを $F_i$ の5%、つまり0.5kNで均一に締付けている。これは、各接触面における表面粗さ等の影響を消去するためであり、この作業を省略すると解析結果と実験結果には差が生じてくる。

#### 4-2 フランジの変形

図10は、うず巻形ガスケットを用いた場合のbolt1～bolt4締付け時と締結完了時におけるフランジの変形を50倍に拡大して示している。bolt1を締付けた時、フランジが“てこ”のように作用して「口開き変形」を生じ、bolt2に反力が生じている。また、bolt2を締付けてもbolt1を締付けた時の変形が残っていることがわかる。同様な変形が、bolt3とbolt4の締付け過程においても見られる。

締結完了時は、bolt3を締付けた時と似た変形パターンになっていることがわかる。このため、bolt1とbolt3を締付けた時のフランジの大きな「口開き変形」が最後まで影響しているといえる。この現象は、ここで対象としているような口径の小さい剛なフランジで生じやすく、あまり好ましくない変形状態である。そのため、締付け前のある程度の軸力で仮締めする等の対策が必要であると考えられる。

#### 4-3 ガスケット座面圧分布の変化

図11は、図10に対応したうず巻形ガスケットを用いた時のガスケットの座面圧分布を示している。ボルトの位置は図6と同じである。図11からわかるよう

に、bolt3の締付け以降は締結完了時まで面圧分布の傾向があまり変化していないことがわかる。これは図10で示したフランジの変形と同様の傾向である。

図12は、ガスケット座面の外縁部つまり図8では、うず巻形ガスケットの場合79mm、石棉ジョイントシートガスケットの場合105mmの径を有する部分の円周方向の面圧分布変化を示している。うず巻形ガスケットの場合は、図11の最も外側の面圧値をグラフとして示したものである。

石棉ジョイントシートガスケットの場合、bolt1を締付けた時、向かい側のbolt2の部分は面圧値が零となっており、bolt1の部分では比較的高い値を示していることがわかる。この状態からbolt2を締付けると、bolt1付

近の面圧は低下し円周方向分布が比較的一様に近づいていることがわかる。

一方、うず巻形ガスケットの場合 bolt2を締付けた時、面圧は全体的に上昇しており、使用するガスケットによる変化の違いが確認される。またいずれのガスケットの場合も、締結完了時の面圧は円周方向に大きく変化しており、その傾向はうず巻形ガスケットの方が大きくなっている。

#### 4-4 3回の締付け作業

ここまでは、各ボルトを1回だけ締付ける、つまり1stepで締付けを完了させる場合について検討をおこなってきた。しかしながら、実際のボルト締付け作業

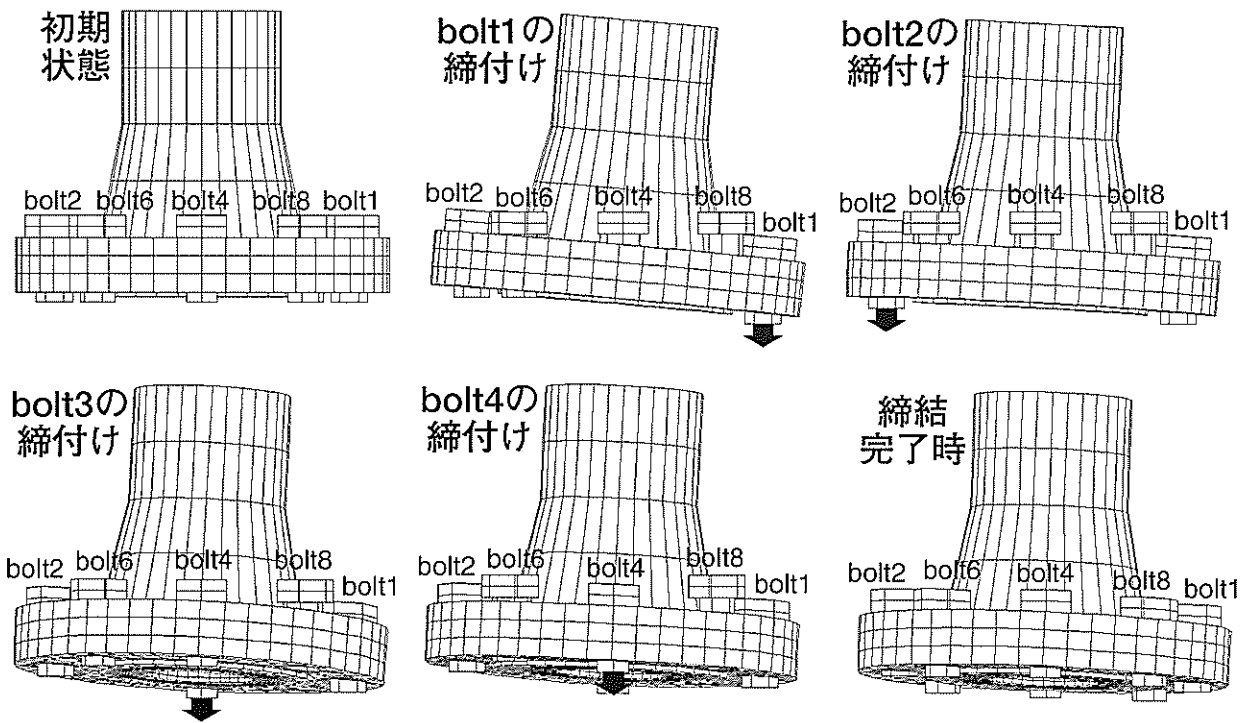


図10 ボルト締付け過程のフランジの変形(SWG)

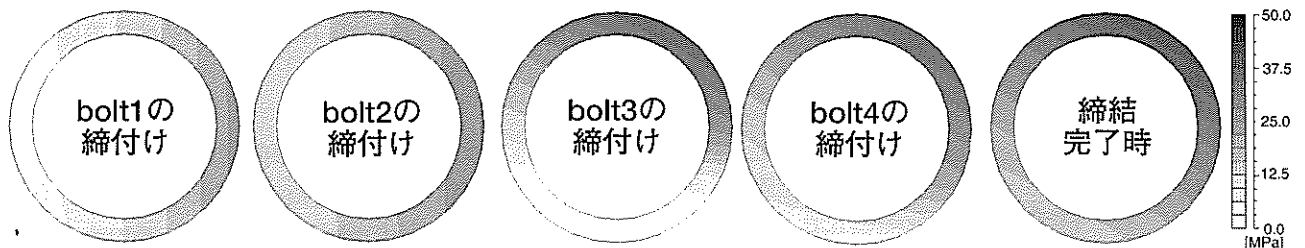
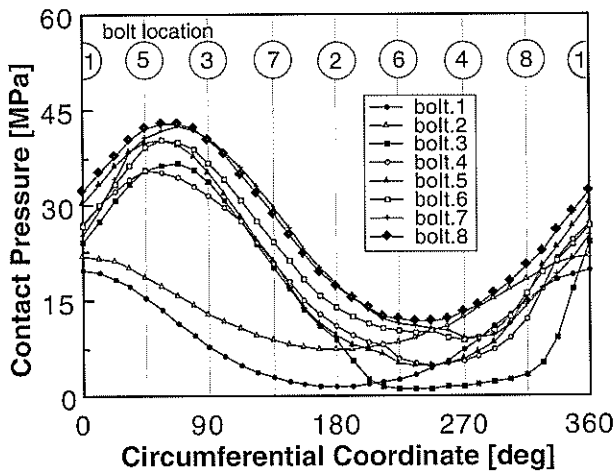
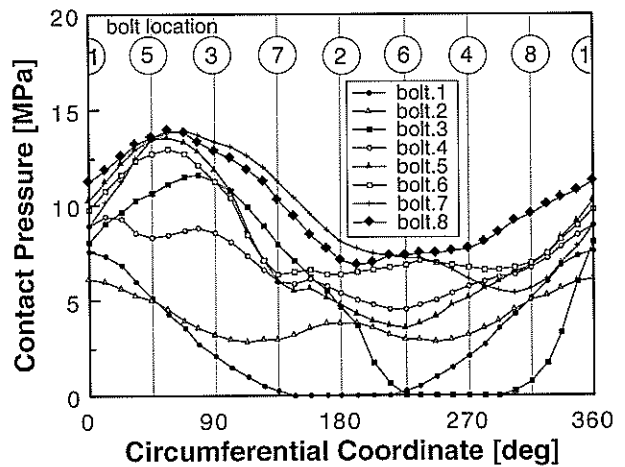


図11 ガスケット座面圧分布変化(SWG)



(a)うず巻形ガスケット

図12 ガスケット座面外縁部面圧分布変化



(b)石綿ジョイントシートガスケット

では、各ボルトを数回ずつ締付けることにより作業を完了するのが一般的である。ここでは、初期軸力  $F_i = 10.1\text{kN}$  で3回の締付け作業を行い、その時のボルト軸力のばらつきについて検討を行う。

図13は、うず巻形ガスケットを用いた場合の各step完了時のボルト軸力のばらつきを示している。step1のばらつきは図7と同じである。3回の締付け作業を行っているにも関わらず、step3における軸力のばらつきの最大値は60%程度となっている。このため、均一な軸力状態を得るためには、より多くの締付け作業が必要であることがわかる。

また、実験結果は解析結果と比較的よく一致しており、ここで採用した解析手法が任意の回数での締付け作業に適用可能であることが確認できる。

## 5. おわりに

管フランジ継手のボルト締付け過程を評価することができる有限要素解析手法について説明を行った。そしてこの手法を、ガスケットとして強い非線形特性を示すうず巻形ガスケットと石綿ジョイントシートガスケットを用いた管フランジ締結体に適用し、ボルト軸力のばらつき、フランジの変形、ガスケット座面圧分布を検討した。また、実験結果と比較することにより、解析手法の妥当性を確認した。

今後ここで説明した解析手法を用いて、フランジ・ガスケット・ボルトの様々な組み合わせに対して体系的な評価を行うことにより、最適なボルト締付け指針を

作成できる可能性が出てきたと言える<sup>23)</sup>。

しかしながら、まだ解決しなければならない問題点も多く残っている。例えば、うず巻形ガスケットの圧縮特性は寸法によって変化するため、各寸法について材料特性を決定する必要がある。また、実際の締結体のナット座面やガスケット座面等の接触面においては表面粗さ等が存在するため、締付けを開始する前の予備締付けをどの程度にするか検討する必要がある。

管フランジ継手に関する有限要素解析等によるコンピュータシミュレーションは数多く行われている。しかしながら、それらの結果が実際の設計や施工に十分

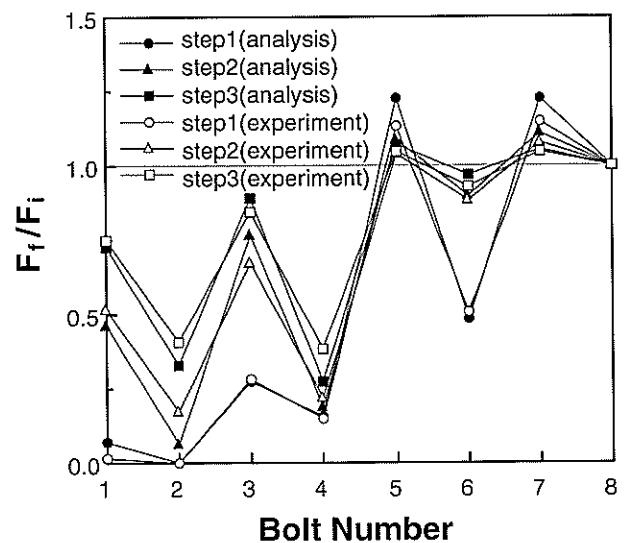


図13 各step完了時のボルト軸力のばらつき (SWG)



に反映されているとは言えないようである。今後は、シミュレーションの信頼性を向上させ、体系的な評価を行い、その結果を設計・施工・規格に有効に適用していく必要があると思われる。

最後に、ガスケットの非線形挙動の同定方法に関して貴重な助言を賜った神戸大学工学部富田佳宏教授に深甚の謝意を表します。

〈参 考 文 献〉

1) Bibel, G. D. and Ezell, R. M., Bolted Flange Assembly: Preliminary Elastic Interaction Data and Improved Bolt-up Procedures, Welding Research Council Bulletin, 408, (1996), 1-27.  
 2) Sawa, T., Asahina, M. and Ishihara, T., Analysis of Mechanical Behaviors and the New Gasket Factors of Pipe Flange Connections with Non-Asbestos Gaskets, ASME PVP Conference, 354, (1997), 173-178.  
 3) Nagata, S., Shoji, Y. and Sawa, T., An Iterative Method for 3-Dimensional Analysis of Gasketed Flanges, ASME PVP Conference, 405, (2000), 115-122.  
 4) Bouzid, A., Derenne, M. and Chaarani, A., Tightness Prediction of Bolted Flanged Connections Subjected to External Bending Moments, ASME PVP Conference, 367, (1998), 61-67.  
 5) Bouzid, A. and Derenne, M., Distribution of the Gasket Contact Stress in Bolted Flanged Connections, ASME PVP Conference, 354, (1997), 185-193.  
 6) 西岡邦夫・森田喜保・河嶋寿一, 一体形管フランジの強度(第1報, 応力分布の解析と従来の設計基準との比較), 機論, 45-392, A (1979), 355-362.  
 7) 西岡邦夫・森田喜保・河嶋寿一, 一体形管フランジの強度(第2報, ガスケット面圧の解析とボルト本数の影響), 機論, 45-392, A (1979), 363-370.  
 8) Weber, E. M. and Bibel, G. D., Flange Bolt-Up Simulation Using 3-D Finite Element Modeling, ASME PVP Conference, 274, (1994), 63-82.  
 9) 福岡俊道・高木知弘, 有限要素解析による管フランジ締結体のボルト締付け過程の評価(うす巻形ガスケットを用いた場合), 機論, 66-650, A(2000), 1834-1840.  
 10) 福岡俊道, ボルトの各種締付け方法について(フランジ締結と均一なボルト軸力), バルカーレビュー, 44-8, (2000), 1-9.  
 11) 福岡俊道・高木知弘, トルク法によるボルト締付け過程の力学的

特性について, 機論, 63-609, A(1997), 1083-1088.

12) Goddard, D. L. and Bibel, G. D., Bolt Preload Variation During Torquing of a Bolted Flange Connection, ASME PVP Conference, 274, (1994), 25-32.  
 13) 池田馨・中川元・光永公一, ボルトの締付けについて, 機論, 第3部(1970), 1735-1744.  
 14) Bickford, J. H. and Nassar, S., Handbook of Bolts and Bolted Joints, Marcel Dekker, New York, (1998), 451-477.  
 15) Bibel, G. D. and Ezell, R. M., An Improved Flange Bolt-Up Procedure Using Experimentally Determined Elastic Interaction Coefficients, ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 114, (1992), 439-443.  
 16) Bouzid, A. and Derenne, M., A Simple Method for Analyzing the Contact Stress in Bolted Flange Joints with Non-linear Gaskets, ASME PVP Conference, 382, (1999), 103-111.  
 17) 日本バルカー工業株式会社 VALQUA HAND BOOK, 1996, 151.  
 18) 福岡俊道・高木知弘, 管フランジ締結体の三次元有限要素解析(石綿ジョイントシートガスケットを用いた場合), 機論, A(2001), 投稿中。  
 19) 福岡俊道・高木知弘, 管フランジの三次元有限要素解析(座面形状の影響について), 機論, 64-627, A(1998), 2402-2407.  
 20) Fukuoka, T. and Takaki, T., Finite Element Simulation of Bolt-Up Process of Pipe Flange Connections, ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 123, (2001), 1-6.  
 21) 福岡俊道・高木知弘, 三次元有限要素法による管フランジのボルト締付け順序の評価, 機論, 64-627, A(1998), 2734-2740.  
 22) 福岡俊道, 有限要素解析による管フランジのボルト締付け手順の評価と最適化, 配管技術, 43-4, A (2001), 34-40.  
 23) 高木知弘・福岡俊道, 有限要素解析による管フランジ締結体のボルト締付け指針の検討, 山梨講演会講演論文集, No.000-4, (2000), 77-78.